16-3 康普顿效应

1923-1925年，美国物理学家康普顿研究X 射线通过某些物质时产生的散射光谱，发现：

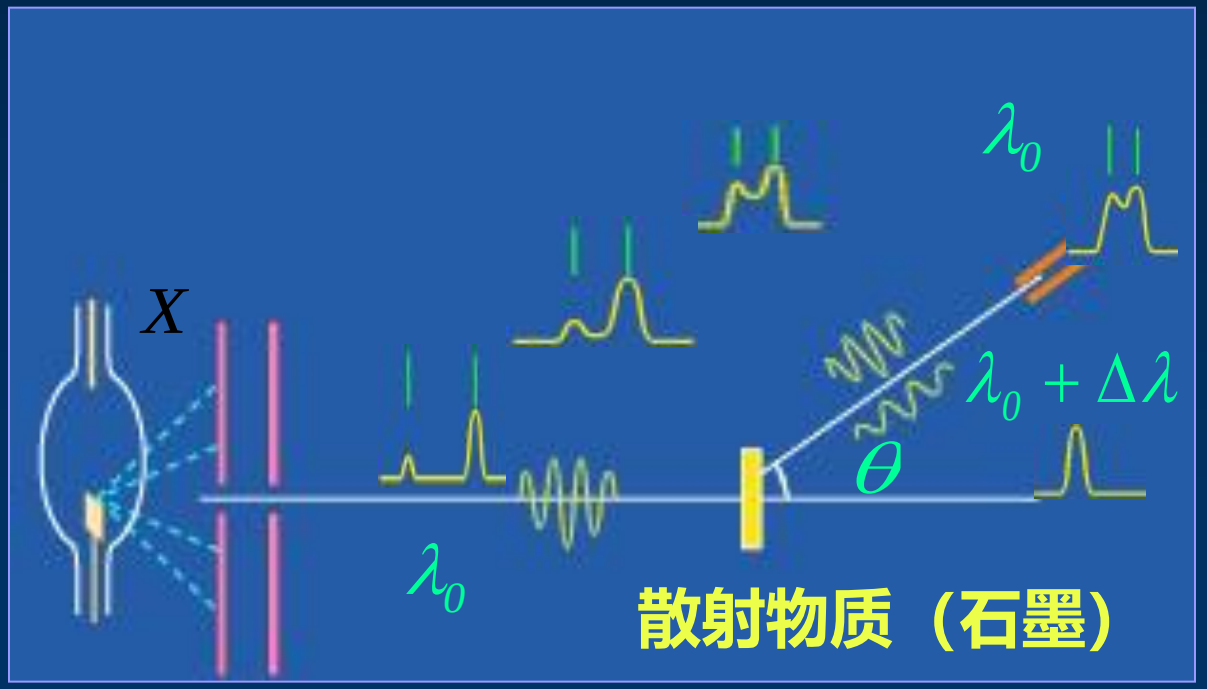
> X 射线的散射谱线中除与原入射光波长相同的成分外，还包括波长变长的成分 —— 康普顿效应

一、实验规律

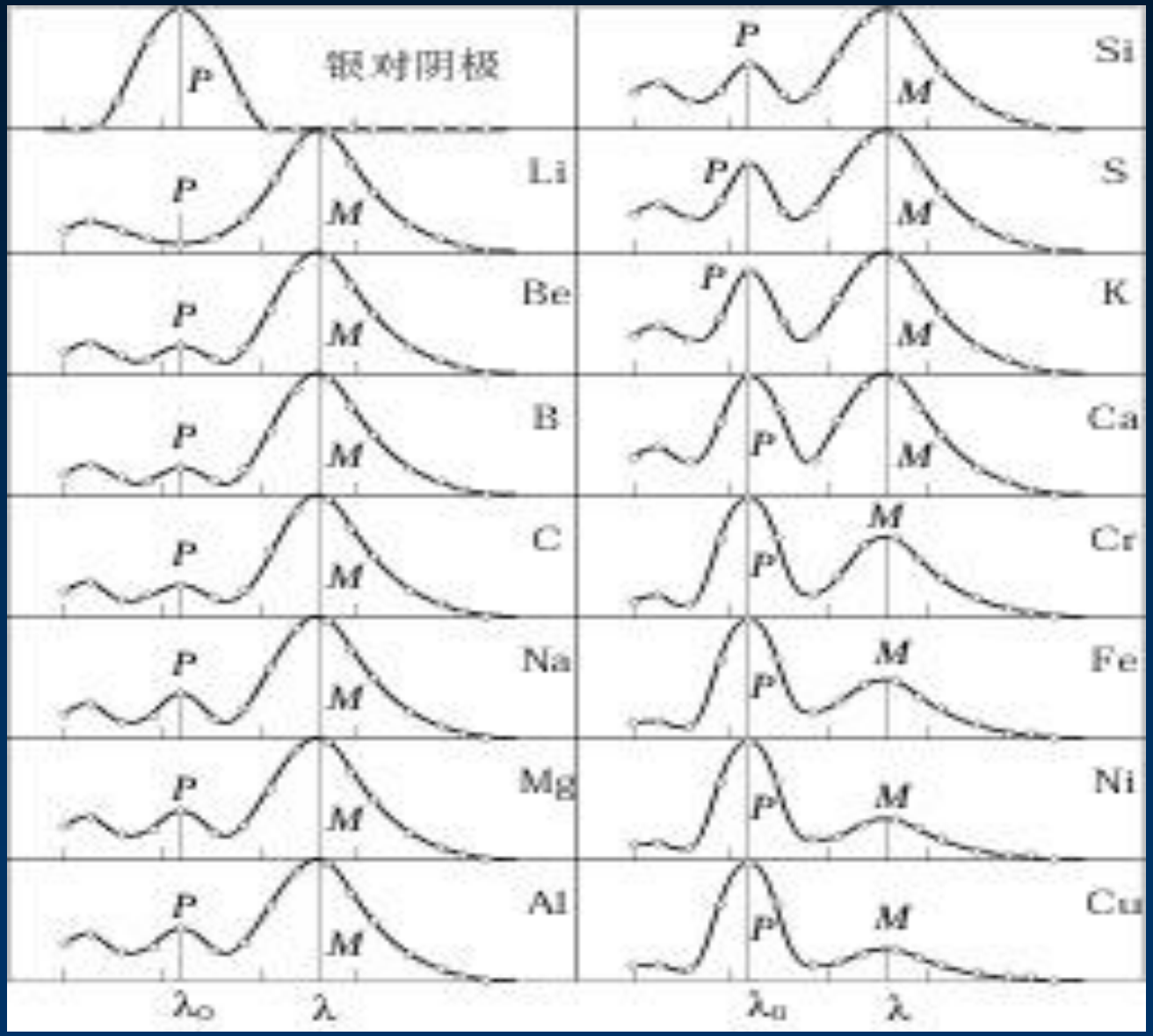
两波长 λ_0, λ 的散射线，有

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

随散射角增大而增大，与入射线波长和散射物无关。



康普顿 —— 吴有训实验结果



波长差与散射物质无关。散射光中原波长成分的光强随散射物的原子序数增加而增大，而波长增长成分的光强则相对减少。

二、经典物理的解释与困难

单色电磁波照射物质，物质中带电粒子将作同频率的受迫振动，振动粒子发射同频率的散射波，即 $\Delta\lambda \equiv 0$

三、康普顿效应的理论解释

1. **定性解释：**

X 射线的光子 ⇒ 散射物中电子

完全弹性碰撞

光子散射损失能量

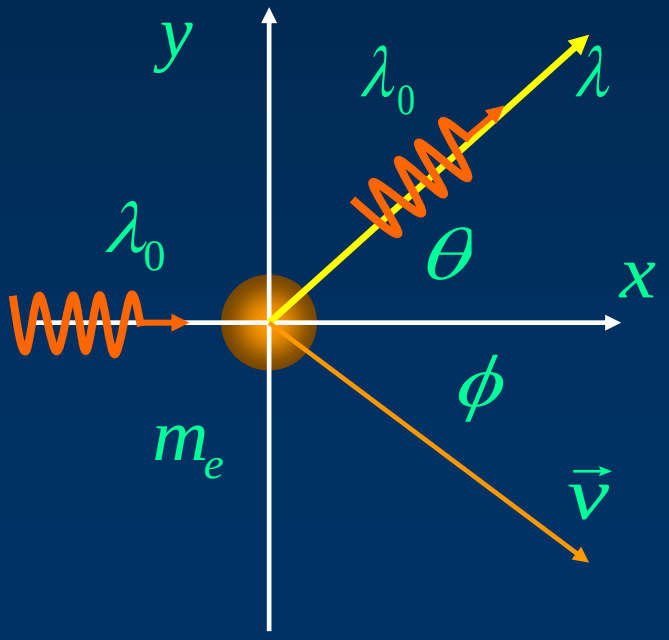
$h\nu_0 \rightarrow h\nu$

$\nu \downarrow \Rightarrow \lambda \uparrow$

电子获得反冲能量

$E_k = h(\nu_0 - \nu)$

轻原子的核外电子或重原子的外层电子——自由电子



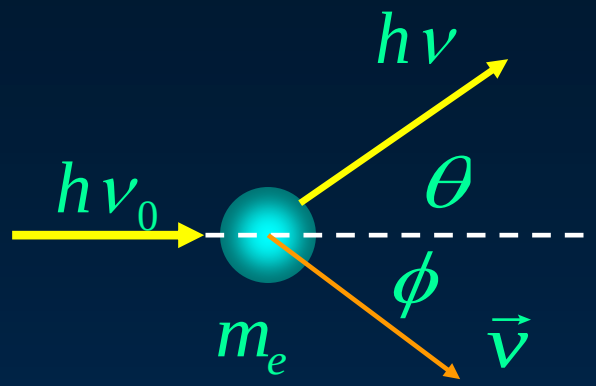
2. **定量分析：** • **前提：**

(1) X 射线光子能量 $>>$ 电子束缚能

—— 电子视为自由态

(2) 电子热运动能量 $<<$ 光量子能量

—— 电子视为静止态



(3) 光子与散射物的电子构成一个系统

光子与电子发生完全弹性碰撞，故 —— 动量与能量守恒

碰撞前： **光子：** $h\nu_0$ $p_1 = h/\lambda_0$

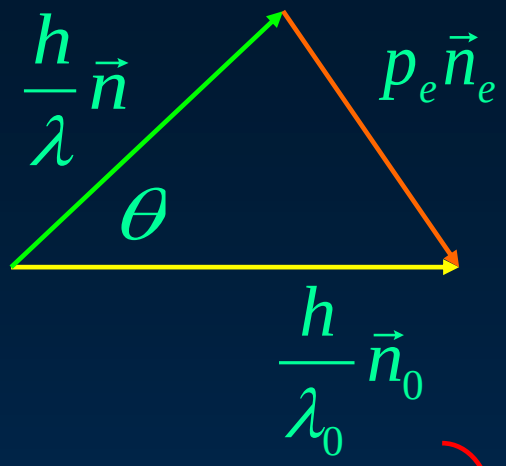
电子： m_0c^2 $p_2 = 0$

碰撞后： **光子：** $h\nu$ $p_1' = h/\lambda$

电子： $mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $p_2' = \dfrac{m_0v}{\sqrt{1-\beta^2}}$

由动量守恒定律，有

$$\frac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0 + 0 = \frac{h}{\lambda}\vec{n} + \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\vec{n}_e$$



利用三角函数关系，可知

$$\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 = \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta \qquad (1)$$

由能量守恒定律，有

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

$$\left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 = \left(\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda} + m_0 c\right)^2 \qquad (2)$$

将（2）-（1），可得

$$\Rightarrow \quad \frac{2m_0hc(\lambda-\lambda_0)}{\lambda\lambda_0}=\frac{2h^2}{\lambda\lambda_0}(1-\cos\theta)$$

康普顿效应公式

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=\frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\Delta\lambda=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}(nm)$$

$$\lambda_c=\frac{h}{m_0c}$$ **康普顿波长**

讨论：(1) 波长差与散射物质的种类、 与入射光的波长无关。

(2) 在可见光范围内， $\lambda>>\lambda_c \Rightarrow \lambda-\lambda_0=0$

—— **康普顿效应主要显示在短波长范围内。**

(3) 反冲电子的动能

$$E_k=h\nu_0-h\nu=\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\beta^2}}-m_ec^2$$

例： 设入射光为 $\lambda = 0.1nm$ 的X光，现垂直于入射光方向观察到康普顿效应，求散射波长改变及反冲电子动能和动量。

解：

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} \Leftarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$= 2.43\times10^{-3}\,nm = \lambda_c \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2.43\times10^{-2}$$

反冲电子能量

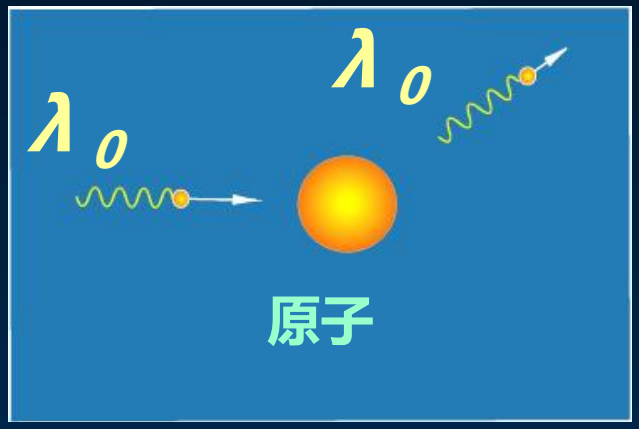
$$E_k = h(\nu_0 - \nu) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left(\frac{\Delta\lambda}{(\lambda+\Delta\lambda)\lambda}\right)$$

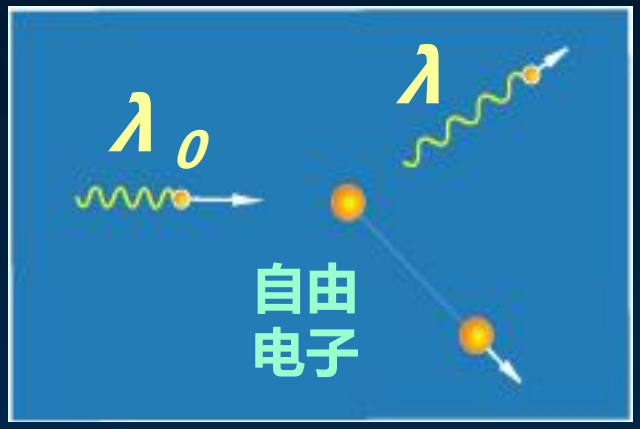
反冲电子动量

$$\begin{cases} p_x = mv_x = h\nu_0 / c = h/\lambda \\ p_y = -mv_y = -h/\lambda' = -h/(\lambda+\Delta\lambda) \end{cases} \vec{p} = p_x\vec{i} + p_y\vec{j}$$

(4) X 射线光子和原子内层电子相互作用

由于内层电子被原子紧束缚，光子相当于与整个原子发生碰撞。





光子只改变方向，不改变能量大小。故光子频率、波长不变。

说明

光子

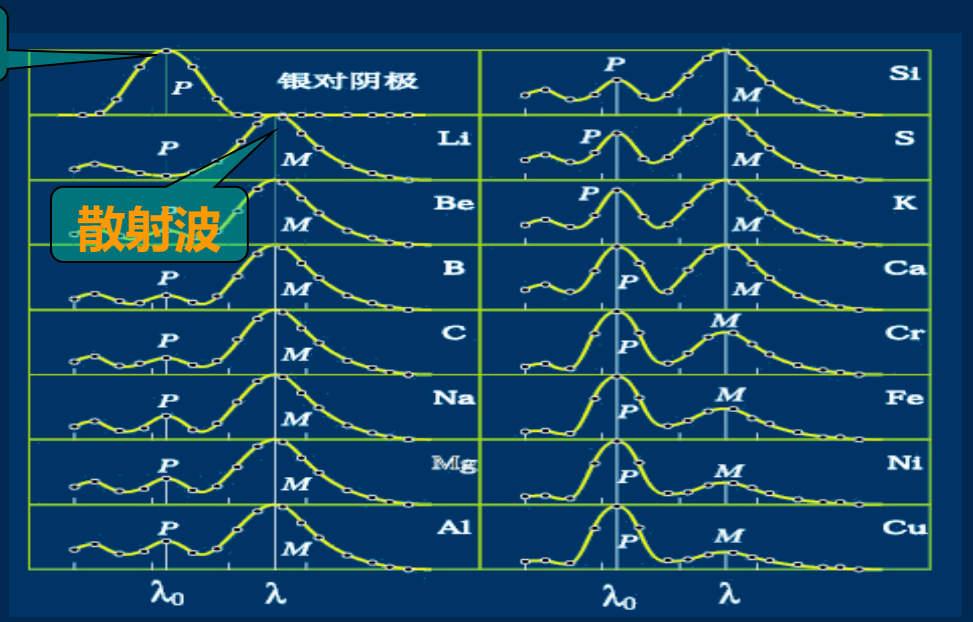
- 内层电子 → 波长**不变**的散射线
- 外层电子 → 波长**变长**的散射线

康普顿效应证明了光具有波粒二象性，且证明了光子和微观粒子相互作用中严格遵守动量守恒与能量守恒定律。

思考： 光电效应与康普顿效应的同异处？







吴有训实验结果

吴有训（1897-1977）- 中国近代物理学研究的开拓者

1925-1926年，他用银的X射线（$\lambda_0 = 5.62nm$）为入射线，以15种轻重不同的元素为散射物质，在同一散射角（$\varphi = 120°$）测量各种波长的散射光强度，作了大量X射线散射实验。

工作的意义：

- 证实了康普顿效应的普遍性
- 证实了两种散射线的产生机制

科学工作，在精细与有恒。—— 吴有训

康普顿效应

- 支持了“光量子”概念，进一步肯定电磁辐射的粒子性
- 证明了光子能量、动量表示式的正确性
- 证明在光电相互作用的过程中严格遵守能量、动量守恒定律

讨论：

1. 为什么康普顿效应中的电子不能像光电效应那样吸收光子，而是散射光子？
2. 光电效应：能量守恒；康普顿效应：能量守恒+动量守恒。 为什么？
3. 为什么在康普顿效应中使用X射线而不是可见光？

1、为什么康普顿效应中的电子不能像光电效应那样吸收光子，而是散射光子？

假设自由电子能吸收光子，则有

$$\left.\begin{aligned} h\nu_0 + m_0c^2 &= mc^2 \\ \frac{h\nu_0}{c}\vec{e}_0 &= mv\vec{e}_0 \\ m &= m_0/\sqrt{1-v^2/c^2} \end{aligned}\right\} \quad 1-\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \rightarrow v = c$$

违反相对论！

上述过程不能同时满足能量、动量守恒。

因此：自由电子不能吸收光子，只能散射光子。

2、为什么在光电效应中不考虑动量守恒？

在光电效应中，入射的是可见光和紫外线，光子能量低，电子与整个原子的联系不能忽略，原子也要参与动量交换， 光子–电子系统动量不守恒。

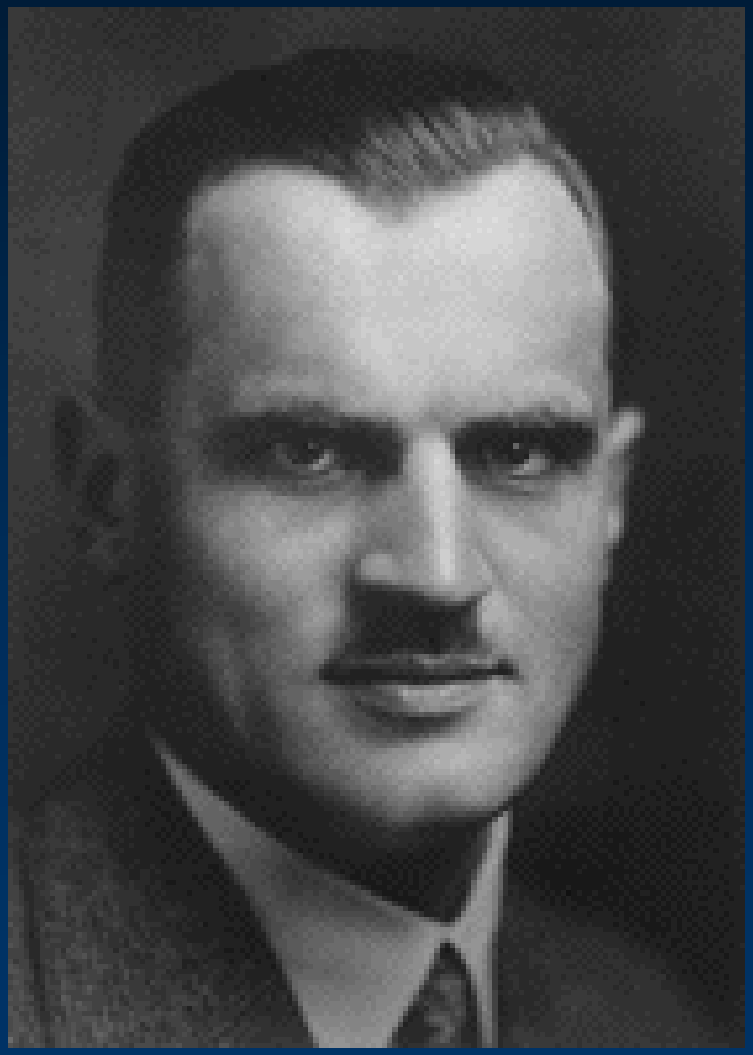
但原子质量较大，能量交换可忽略。

∴ 光子 – 电子系统仍可认为能量是守恒的。

3、为什么可见光观察不到康普顿效应？

可见光光子能量不够大，原子内的电子不能视为自由，所以可见光不能产生康普顿效应。

The Nobel Prize in Physics 1927



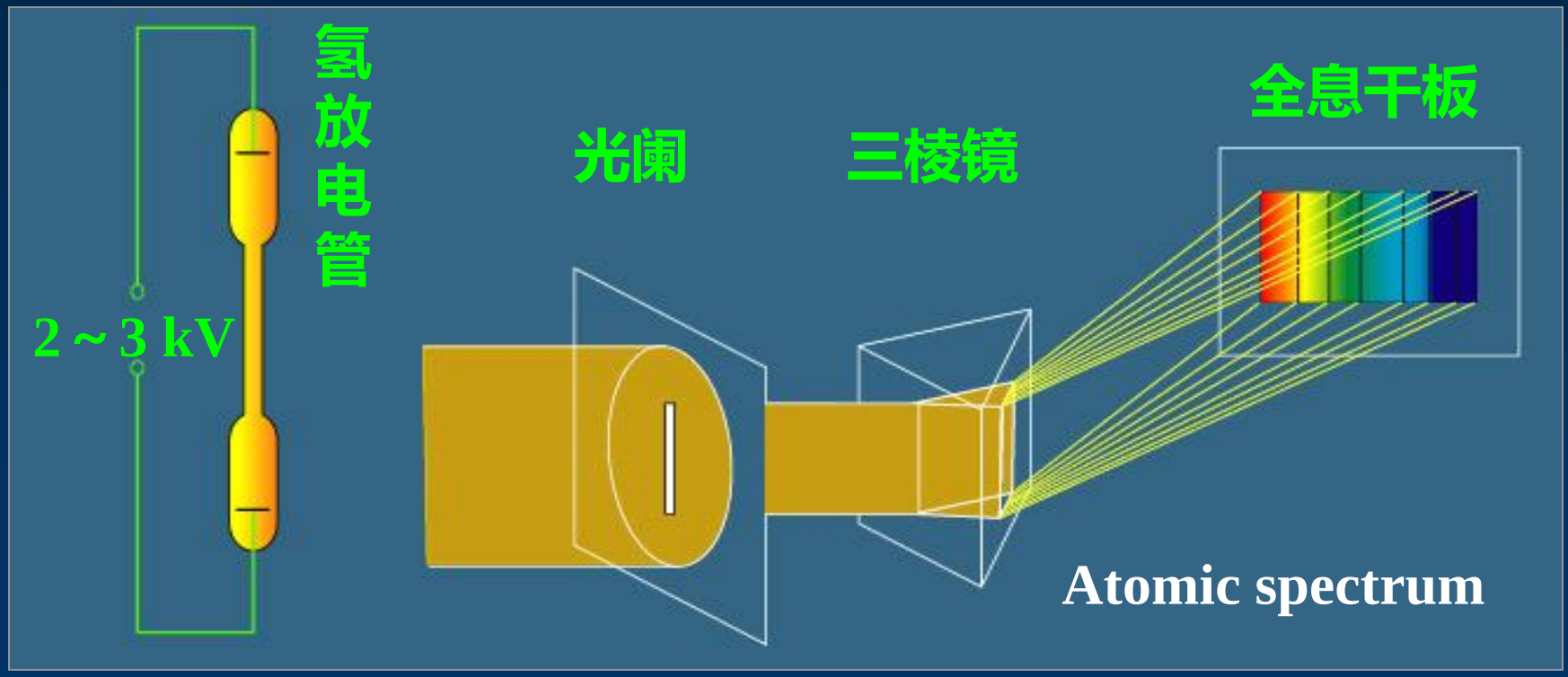
“ for his discovery of the effect named after him ”

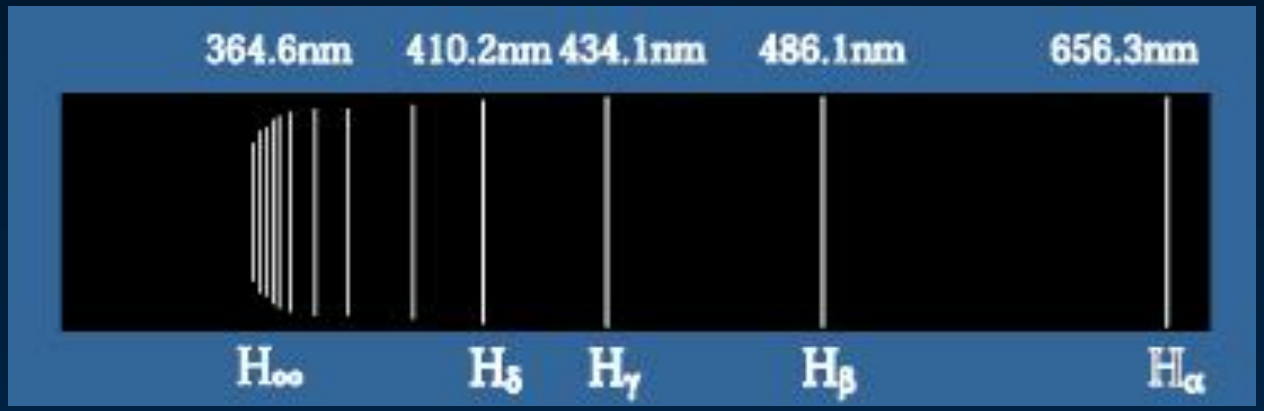
16-4 氢原子光谱 玻尔理论

原子结构 —— 20世纪初，为普遍关注的一个难题。

原子光谱实验 ⇒ 线状光谱分布 ⇒ 光谱分布与原子的核外电子分布与运动有关 —— 内部结构

一、氢原子光谱 1885年，瑞士科学家巴耳末的氢原子光谱实验





$n = 3(H_\alpha)$

$n = 4(H_\beta)$

$n = 5(H_\gamma)$

$n = 6(H_\delta)$

氢原子的巴耳末光谱线系 (Balmer series)

$$\begin{cases} H_\alpha : \lambda = 6562.79\ \overset{0}{A} \\ H_\beta : \lambda = 4861.33\ \overset{0}{A} \\ H_\gamma : \lambda = 4340.47\ \overset{0}{A} \\ H_\delta : \lambda = 4101.74\ \overset{0}{A} \end{cases}$$

Balmer 公式:

$$\lambda = 3645.98\left(\frac{n^2}{n^2-4}\right)\overset{0}{A}$$

$$\lambda = B\left(\frac{n^2}{n^2-4}\right)\overset{0}{A}$$

里德伯常量

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{4}{B}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

里德伯常量 $R_H = 10967757.6\mathrm{m}^{-1}$

- **巴耳末公式的启示：**

1、谱线系 $n = 3(H_\alpha), 4(H_\beta), 5(H_\gamma), 6(H_\delta)$ $n = ?$

巴耳末谱线系

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3,4,5,6,\cdots\cdots$$

$n \to \infty$ **谱线系中波长最短的谱线** $\lambda = 3645.98\,\mathring{A}$

2、氢光谱的其它谱线系 $m = 2$ $m = ?$

赖曼系（紫外区）

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2,3,4,\cdots\cdots$$

帕邢系（红外区）

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4,5,6,\cdots\cdots$$

布喇开系（红外区）

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5,6,7,\cdots\cdots$$

普芳德系（红外区）

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6,7,8,\cdots\cdots$$

- **氢光谱的普遍公式：**

对应一个谱系　　对应一条谱线

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad m = 1,2,3,\cdots \qquad n = m+1, m+2, \cdots$$

里兹组合原理（Ritz combination principle）

$$\tilde{\nu} = \frac{R_H}{m^2} - \frac{R_H}{n^2} = T(m) - T(n) \qquad n > m$$

T - 光谱项，氢原子光谱可用光谱项之差表示

谱线频率

$$\nu = c\tilde{\nu} = cT(m) - cT(n)$$

二、经典理论所遇到的困难

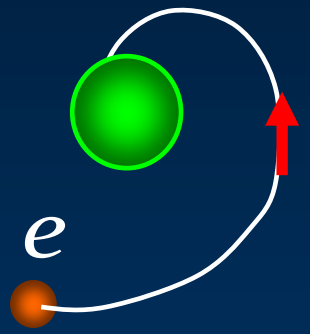
1. 原子可能塌陷?

电子加速运动 ⟹ 辐射电磁波 ⟹ 电子能量减少 ⟹ 原子塌陷

2. 光谱应是连续谱?

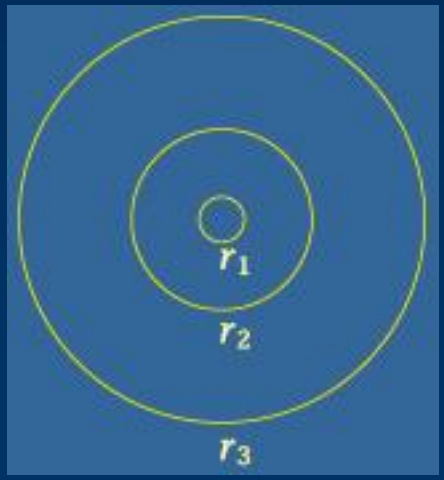
由于原子是一个不稳定系统，电磁波谱应当连续

原子系统是稳定的！光谱是分立谱！ ☆



三、玻尔的氢原子假设

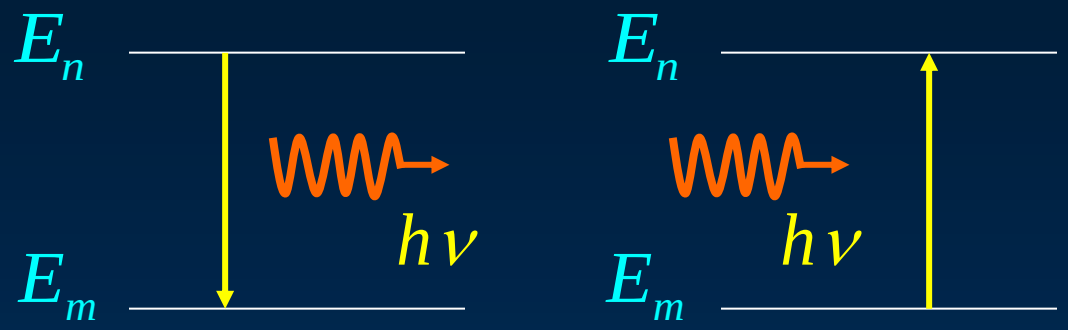
1. **定态假设：**原子能够、且只能稳定地存在于与分立能量对应的一系列状态中，这些状态称为定态。对应定态，电子在一系列不连续、稳定的轨道上运动，不辐射电磁波。



2. 跃迁假设： 原子能量的任何变化（发射或吸收电磁辐射），仅在两个定态间以跃迁方式进行，电磁辐射频率为

$$h\nu = E_n - E_m$$

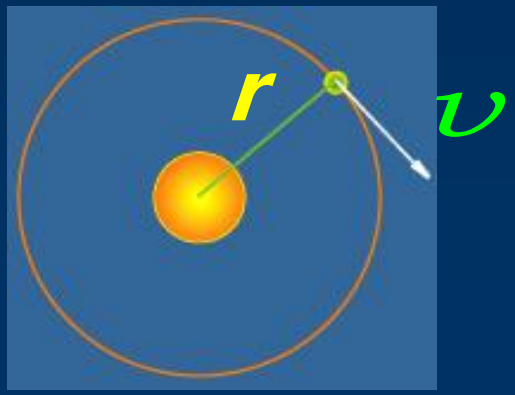
$$\nu = \frac{|E_n - E_m|}{h}$$



—— Bohr 频率公式

3. 角动量量子化假设 电子在定态时，轨道角动量为分立值

$$L = m\upsilon r = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar \qquad n = 1,2,3,\cdots$$



玻尔根据上述三条假设，应用经典力学和电磁学理论，建立了氢原子模型。